

## Заняття №9

(перший семестр)

### Неперервні випадкові величини.

### Функції від випадкових величин

#### Аудиторна робота № 9

**Задача 9.1** Випадкова величина  $\xi$  має щільність

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{a}, & 0 < x \leq a \\ 0, & x > a \end{cases}$$

Знайти константу  $a$ , функцію розподілу  $F_{\xi}(x)$  (побудувати її графік) та  $P\{\xi \in (1;2)\}$ .

**Задача 9.2**  $F_1(x)$  та  $F_2(x)$  - функції розподілу деяких випадкових величин.  $\alpha_1 \geq 0$ ,  $\alpha_2 \geq 0$ ,  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ . Чи буде  $F(x) = \alpha_1 F_1(x) + \alpha_2 F_2(x)$  функцією розподілу?

**Задача 9.3** Точку кинуто всередину круга радіуса  $r$ .  $\xi$  - відстань від точки до центра кола. Знайти  $F_{\xi}(x)$ ,  $f_{\xi}(x)$ ,  $D\xi$  та  $M\xi$ .

**Задача 9.4** Випадкова величина  $\xi$  має щільність  $f_{\xi}(x)$  та функцію розподілу  $F_{\xi}(x)$ .  $\eta = a\xi + b$  ( $a > 0$ ). Знайти  $F_{\eta}(x)$  та  $f_{\eta}(x)$ .

**Задача 9.5** Випадкова величина  $\xi$  має щільність  $f_{\xi}(x)$  та функцію розподілу  $F_{\xi}(x)$ .  $\eta = \xi^2$ . Знайти  $F_{\eta}(x)$  та  $f_{\eta}(x)$ .

**Задача 9.6**  $\xi \sim N(m, \sigma^2)$ ,  $a > 0$ ,  $\eta = a\xi + b$ . Довести, що  $\eta \sim N(am+b, a^2\sigma^2)$ .

**Задача 9.7** Довести, що борелівська функція від випадкової величини є випадковою величиною.

#### Домашнє завдання №9.

- № 9.4 для  $a < 0$ .
- № 9.6 для  $a < 0$ .
- № 9.3 для кулі радіуса  $r$ .
- Поїзди метро ідуть з інтервалом в  $t$  хвилин.  $\xi$  - час очікування пасажиром наступного поїзда. Знайти  $F_{\xi}(x)$ ,  $f_{\xi}(x)$ ,  $D\xi$  та  $M\xi$ .