Заняття №10

(перший семестр)

Неперервні випадкові величини.
Гауссівська випадкова величина. Функція Лапласа.

Аудиторна робота №10

Задача 10.1 $X \sim N(m, \sigma^2)$. Знайти точки перегину кривої щільності $y=f(x)$.

Задача 10.2 $X \sim N(0, \sigma^2)$, $0<\alpha<\beta$. При якому σ ймовірність $P\{X \in (\alpha,\beta)\}$ буде найбільшою?

Задача 10.3 $X \sim N(m, \sigma^2)$. Замінити цей розподіл на такий рівномірний розподіл на (α,β), щоб зберігалися математичне сподівання і дисперсія.

Задача 10.4 Кулька для підшипника вважається небракованою, якщо її діаметр d задовольняє умові $d_1 < d < d_2$ причому $d \sim N\left(\frac{d_1+d_2}{2}, \left(\frac{d_2-d_1}{4}\right)^2\right)$.

Яка ймовірність того, що кулька буде бракованою, якщо $\Phi(2) = 0{,}9772$ (за табл.).

Задача 10.5 За умов попередньої задачі $d \sim N\left(\frac{d_1+d_2}{2}, \sigma^2\right)$ (σ^2 невідоме).

Знайти σ, якщо брак складає 10%, а $\Phi^{-1}(0{,}95)=1{,}65$ (за табл.).

Задача 10.6 Випадкова величина X має щільність, що є центрованим напівеліпсом з піввісями a і b (a - відоме, b - ні). Знайти b, $m=MX$, DX, $F(x)$ та побудувати графік $F(x)$.

Домашнє завдання № 10

1. $X \sim N(0,1)$, $a>0$. Розв'язати рівняння $2P\{X \in (-a, a)\} = P\{X \in (-2a, 2a)\}$ і знайти a.
2. Випадкова величина X з ймовірністю p_1 має щільність $f_1(x)$, а з ймовірністю $p_2=1-p_1$ має щільність $f_2(x)$. Яка щільність випадкової величини X?
3. Випадкова величина R має розподіл Релея (R – відстань від точки влучення до центра мішені):

$$f_R(r) = \begin{cases} Are^{-h^2r^2}, r \geq 0 \\ 0, r < 0 \end{cases}$$

(h- відоме, A -ні). Знайти A, моду mod, MR, DR, P{R<mod}.

Додаткові задачі підвищеної складності

1. Режим роботи світлофора: 1хв. – зелений, ½ хв. – червоний і т.д. (для машин). Дехто під'їжджає до світлофора на машині. а) Знайти ймовірність того, що машина зможе проїхати без зупинки. б) Знайти закон розподілу, математичне сподівання та дисперсію часу очікування на перехресті (для машин).
2. Наступна функція:

$$f_s(x) = \begin{cases} ax^s e^{-\alpha^2 x^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

(де $\alpha>0$, $a>0$, $s\in N$) є щільністю (тобто невід'ємна та нормована). Знайти α та a, вважаючи математичне сподівання m відомим. Знайти дисперсію. (До речі, при s=1 це розподіл Релея, а при s=2 це розподіл Максвела).